

知識天地

從電影《美麗境界》的策略性思考看賽局理論

楊智鈞助研究員（經濟研究所）

摘要

電影《美麗境界》介紹了約翰·納許（John Forbes Nash Jr., 1928- 2015）豐富的一生。他的學術才華與熱情、對抗病魔的堅持、妻子的不離不棄，在羅素·克洛精采的演技發揮下，連帶地也使賽局理論一時成為大眾關心的學術理論。本文將藉由電影裡趣味的橋段，以通俗易懂的方式介紹賽局理論，但又不失嚴謹，期使讀者概略理解賽局理論的發展與限制，並了解經濟學理論（特別是賽局理論）的學科訓練與熱情所在。除了文獻上重要理論的發展，本文也兼論認知賽局理論的發展前景。

John Nash的學術成就與生平

約翰·納許出生於西維吉尼亞的工商小鎮（Bluefield, West Virginia），父親是工程師，母親婚前是英文教師。根據他在諾貝爾獎官方網站公布的第一人稱自傳所述，他高中時獨自證明了Fermat's little theorem（註1）。納許優異的天分雖然很早就顯露出來，但是他早年的學習並沒有接受今日流行的資優教育。唯一值得一提的「補習」，是就讀於當地高中時（美南浸信會設立的Bluefield College，二年制），一些額外的數學課程。

納許在卡內基技術學院（卡內基梅隆大學前身）的三年時光，先主修化工，後轉化學，最後主修數學。他也選修了一門國際經濟學，成為他那篇The Bargaining Problem（Nash, 1950）的研究起源。在普林斯頓博士生時期，他廣泛學習數學，博士論文的備案是manifolds and real algebraic varieties。他受von Neumann and Morgenstern啟發，研究賽局理論（特別是非合作賽局）於1950獲博士學位，因著這論文（Nash, 1951）的結果（納許均衡的定義與存在性證明），於1994獲得諾貝爾經濟學獎，與John Harsanyi、Reinhard Selten三人均分獎項。

值得特別注意的是，納許學術成就都在二、三十歲完成，而且他的數學成就其實應該比經濟學的成就更大。他在1956與費爾茲獎（Fields Medal，每4年一次）失之交臂（與Ennio de Giorgi同時獨立完成一個偏微分方程的難題），但在2015年與Louis Nirenberg同獲阿貝爾獎（Abel Prize，每年一次）。納許後來罹患精神疾病，而淡出學術界。1994、2015年獲頒的這兩個獎項是對他早年學術成就遲來的肯定。不幸的是，他於2015年與妻子同時喪生於一場車禍。

電影中Nash在酒吧裡的理論

以下討論電影中的納許在酒吧場景提出的理論。這些分析其實是刻意小題大作，於雞蛋裡挑骨頭。目的是為了介紹賽局理論：（1）納許均衡；（2）納許之後的賽局理論發展。

電影中酒吧裡來了一個出色的金髮美女。一時眾口紛紛，爭論如何決定誰可以跟她交往。一番論戰之後，這些普林斯頓高材生，同聲道出古典經濟學的公認結論："In competition, individual ambition serves the common good."（註2）翻成白話文來說，大家都認為公開競爭追求美女是個好主意。正當大夥取笑書呆子納許敗績輝煌的交友史時，納許卻冷不防說了一大串火星話：

- If we all go for the blonde, we block each other. Not a single one of us is gonna get her. So then we go for her friends, but they will all give us the cold shoulder...because nobody likes to be second choice.
- Well, what if no one goes for the blonde? We don't get in each other's way, and we don't insult the other girls.
- That's the only way we win. That's the only way we all get laid. Adam Smith said...the best result comes from everyone in the group doing what's best for himself, right?

翻譯成地球話來說，納許其實在提議一個新的配置——大家各自選好美女旁邊的女伴，確保人人都有女友，勝過在過度競爭後（所有人都追美女而冷落其他女孩子），落得孤家寡人。有趣的是，電影中納許的提議恰好不是納許均衡！為了簡化分析，以下假設只有納許和他的一個朋友，每個人有兩個選擇（1）追求金髮美女（2）追求她的兩個女伴。

如果兩個人都去追求美女，則下場就是兩個人互揭瘡疤，都得繼續當王老五。如果兩人按照電影中納許的提議，冷落美女，並且分配好她的女伴，則結果是不滿意但可以接受：雖不如抱得美人歸春風得意，但至少好過孤枕難眠。現在問題來了，如果一人追紅花（美女），一人追紅花旁的綠葉，會不會有眼紅忌妒的情況發生呢？

我們首先分析情況一（忌妒心）。這時候得到綠葉的那位仁兄心理不平衡，與其看著別人女朋友比較漂亮，不如大家都當王老五。在這樣的偏好設定底下，我們所描述的賽局正是經典的囚犯困境。納許均衡（Nash, 1951）的定義是一個策略組合，給定對手的均衡策略時，每個賽局裡決策者（player，玩家）所選的納許均衡策略是最適回應（best response）。也就是說，納許均衡是最適回應的不動點（fixed point）。這裡存在一個優勢策略，也就是不論對手選擇什麼策略，我採行的這個策略都是最適回應：追求金髮美女。不管對手選（1）追美女或（2）追女伴，我都堅決不讓，堅持選（1）追美女。對手若選追美女，忌妒心使我寧願玉石俱焚。對方若退讓選女伴，我當然更不能客氣要抱得美人歸。兩個人都面臨一樣的處境，也都做一樣的決策——選（1）追美女。納許均衡在此賽局裡預測的正是這樣玉石俱焚的結果。而電影中納許的提議，正如他朋友評論的，不過是呼喚人當傻瓜的圈套，沒有人要上當。（當朋友退位讓賢時，我當然要毀約改追美女啊！）

我們接著分析情況二（無忌妒心）。這時候得到綠葉的那位仁兄雖然不甚滿意，但是與其我空手而歸，不如委屈將就一下。這時候沒有優勢策略，而出現兩個純策略納許均衡：即一人追美女，另一人追女伴。這是因為如果對手追美女，根據剛剛所述偏好，我最好的選擇是委曲求全，而非玉石俱焚。給我選擇追女伴，對手必定不會放過好機會，要選追求美女。電影中納許的提議，在這樣的設定下依然不是納許均衡，理由同上。

值得注意的是，電影中納許的提議其實是效率分配之一。的確，在情況一之下，這樣的分配比起納許均衡好多了。賽局理論比起古典經濟學的完全競爭分析，最突出的一點就是：一般而言，納許均衡並不保證效率。也就是說，電影裡高材生口中古典經濟學結論不再適用了。

納許之後的發展

從上面的例子可知，賽局理論其實可以在經濟學有廣泛的應用，任何策略性的行為都可以在這樣的分析架構下得到理論上的結論。理論的發展後來分散成幾支，一支往動態發展，推廣均衡到動態賽局；一支認為納許均衡太多，藉由刪除一些不合理的，針對對手的行為的信念，試圖得到合理的納許均衡的子集合；另一支則認為納許均衡太強，有如隱含假設了玩家間了解彼此將要採取的均衡策略。因而發展出較弱的解概念（如以下的rationalizability）。

認知賽局理論的發展前景

從剛剛的電影中的例子，我們簡單說明了均衡的概念。在情況二下，納許均衡有兩個，但是到底是誰要去追美女，誰要讓賢則沒有辦法決定。這其實取決於賽局裡的玩家（我）相信對手要做什麼。但是對於我而言，對手要做什麼同時也取決於他相信我要做什麼，以及他相信我他相信我要做什麼...。這種信念上的推論即是認知賽局理論（epistemic game theory）所關心的課題。Aumann and Brandenberger（1995）提出了納許均衡在信念上的充分條件，遠比公同知道理性（common knowledge of rationality）更強。而公同知道理性恰與Bernheim（1984）、Pearce（1984）提出的可合理化（rationalizability）結果等價。基於理論預測與實際應用的落差，許多學者也逐漸將研究重心移往實驗經濟學，藉由精心設計的實驗，探究人類決策背後的思想軌跡，寄望從而修正賽局理論。

結語

我們從納許一生學術上熱情的移轉（化工、化學、數學），可以看出縱是天才，人對自我生涯的選擇也需要努力的追尋與確認。從賽局理論的沿革與發展，我們也可以看出社會科學研究者其實是有限的人，對於複雜的人類思維與行為，我們不是發現定律（law），充其量可能只是提供合理的理論，解釋部分現象。面對真實世界的應用，我們研究同仁還有很多重要工作有待完成。

註1：1640年由Fermat提出，於1683年由萊布尼茲（1646--1716），1736 由歐拉（1707--1783）分別證明。定理如下： P 是質數， a 是整數： $(a^p - a)$ 是 p 的倍數。有興趣的讀者可以挑戰一下。

註2：古典經濟學提倡市場競爭均衡，亦即，競爭行為在個人私利動機趨使之下，將導致資源有效率的分配。效率意指，不存在其他分配，使得某些人受益，而無人受損。

參考文獻:

1. 諾貝爾獎官網對納許的介紹: http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/1994/nash-bio.html
2. Aumann, R. and Brandenburger, A., Epistemic Conditions for Nash Equilibrium, *Econometrica* 63 (1995), 1161-1180.
3. Bernheim, B.D., Rationalizable strategic behavior, *Econometrica* 52 (1984), 1007-1028.
4. Nash, J. F., The Bargaining Problem, *Econometrica* 18 (1950), 155-162.
5. Nash, J. F., Non-Cooperative Games, *The Annals of Mathematics* 54 (1951), 286-295.
6. Pearce, D., Rationalizable Strategic Behavior and the Problem of Perfection, *Econometrica* 52 (1984), 1029-1050.