中央研究院 週報

中央研究院　發行　73年11月1日創刊　104年10月15日出版　院內刊物/非賣品　第1538期

本院要聞

本院訂10月31日舉辦「104年院區開放參觀活動」

本院今（104）年的院區開放參觀活動訂於10月31日（星期六）上午9時至下午4時舉行，歡迎各界來賓蒞臨指教，並請多利用大眾運輸系統。

今年活動主軸為「生技、生態、環境」，總共有240場科普活動，帶您一窺科學的奧秘，詳情請參考活動網址http://www.sinica.edu.tw/openhouse/2015/。其中院本部特別規劃「永續發展共榮共生」主題展，翁啟惠院長將於上午9時30分主持揭幕儀式。

證實轉錄因子Lhx2可調控大腦體積

本院細胞與個體生物學研究所周申如助研究員實驗室與法蘭西學院合作，日前以小鼠為研究對象，發現從腦皮質前驅細胞中剔除轉錄因子Lhx2，會造成小鼠大腦體積與腦神經元的數量顯著下降。這項研究證實轉錄因子Lhx2在調控大腦體積與神經元數量上扮演著關鍵的功能，對於未來學界於瞭解調控大腦皮質體積的分子機制，或釐清小腦症等遺傳性疾病之病因有所助益，《美國國家科學院期刊》（*Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, PNAS*）於2015年9月14日刊登這項研究成果。

大腦皮質是人類大腦中最高度演化的部位，由許多的神經元細胞組成，皮質神經元的數量與種類支配了大腦的運作，主導人類接收刺激、認知、意識與行動等功能，而這些大腦神經元即是由皮質前驅細胞分化所產生。小腦症遺傳性疾病患者，就是於胚胎發育期，大腦皮質神經元無法獲得足夠的數量之增生與種類之分化，導致腦發育缺陷與學習障礙。

此次周申如博士研究團隊利用與人類有相當程度相似的小鼠，於胚胎鼠腦神經發育的初期，將Lhx2基因從皮質前驅細胞中剔除，發現小鼠的神經元生成時程被提早啟動，干擾了神經元數量之增生與種類之分化，乃而造成小鼠腦皮質縮小和皮質的神經元數量下降，其下降幅度甚至高達50%。研究團隊並以數學模型佐證具體實驗數據，印證神經元生成的起始時間會直接影響皮質之大小及厚度，證實Lhx2是調控皮質神經元數量的不可或缺的關鍵因子。

除此之外，研究團隊也發現剔除Lhx2轉錄因子，會阻隔「Wnt/β-catenin」的訊息傳遞路徑，導致皮質前驅細胞無法生成。這個傳遞訊息途徑早先亦已經被證實，對於平滑的小鼠腦細胞中增生出類似人腦細胞的許多皺褶，有顯著的相關。

據此結論，未來研究團隊將更深入探討Lhx2和「Wnt/β-catenin」的訊息路徑共同控制下游基因之表現，以及皮質前驅細胞如何分化成為不同種類的神經細胞之分子機制。

本論文2位共同第一作者，其中許家齡目前就讀於國防醫學院生命科學研究所，並且是本院國際研究生「分子與細胞生物學」學程的博士候選人；另，藍浚智是本院細生所研究助理。本研究經費由本院主題計畫支持，亦曾獲得國家衛生研究院之補助。

論文參考網站：http://www.pnas.org/content/early/2015/09/10/1507145112.full.pdf

本期要目

編輯委員：李建成、徐讚昇、劉小燕、陳昭容、汪中和
排　　版：吳宗訓　捷騰數位科技有限公司
http://newsletter.sinica.edu.tw/index.php, http://newsletter.sinica.edu.tw/en/index.php
E-mail:wknews@gate.sinica.edu.tw
地址：臺北市11529南港區研究院路2段128號
電話：2789-9488；傳真：2789-8708
《週報》為同仁溝通橋樑，如有意見或文章，歡迎惠賜中、英文稿。本報於每週四出刊，前一週的週三下午5:00為投稿截止時間，逾期稿件由本刊視版面彈性處理。投稿請儘可能使用E-mail，或送院本部秘書處公關科。

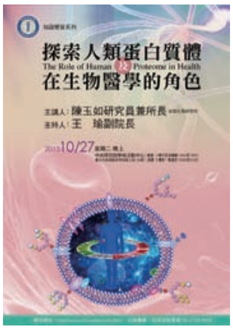
人事動態

凌嘉鴻先生奉核定為生物化學研究所助研究員，聘期自2016年1月1日起至2021年7月31日止。

端木茂甯先生奉核定為生物多樣性研究中心助研究員，聘期自2016年1月1日起至2021年7月31日止。

學術活動

104年10月份知識饗宴「探索人類蛋白質體及在生物醫學的角色」



主講人：陳玉如研究員兼所長（本院化學研究所）

主持人：王瑜副院長

時　間：2015年10月27日（星期二）晚上

地　點：本院學術活動中心

餐　會：2樓平面演講廳（18:00至19:00）

演　講：2樓第1會議室（19:00至21:00）

請於10月23日前報名：

1. 曾以網路報名本活動者，於接獲本院邀請函後，點選連結即可進入個人專屬網址報名；報名截止日前，個人資料如有異動，請至該網址更新。
2. 首次參加者，請至網址： http://www.sinica.edu.tw/sc.html 報名。
3. 報名參加餐會者，請於當日下午6時10分前完成報到並繳付新臺幣100元，逾時歉難保留用餐權利，敬請配合。
4　如需免換證進入本院停車者，請主動告知大門警衛。

★凡參加本活動可獲得公務人員終身學習認證時數2小時。

洽詢專線：（02）2789-9868，院本部秘書處。

先進生物影像國際研討會

日　　期：2015年10月26日至27日

地　　點：本院原分所浦大邦講堂（臺大院區）

主辦單位：中央研究院原子與分子科學研究所

參考網址：http://www.iams.sinica.edu.tw/isfb2015

「客家族群與社會變遷：比較研究的視野」學術研討會

時　　間：2015年10月29日至30日（星期四至星期五）

地　　點：本院民族所第3會議室

主辦單位：中央研究院人文社會科學研究中心客家文化研究計畫、
　　　　　行政院客家委員會客家文化發展中心

報名時間：即日起至10月21日（星期三）中午12點止

參考網址：http://www.rchss.sinica.edu.tw/news/news.php?Sn=1565

第二十五屆歷史研習營：「物」的歷史
招生啟事

日　　期：2016年1月20日至24日（星期三至星期日）

活動地點：本院歷史語言研究所

報名資格：歷史學或相關系所大三以上及碩、博士班學生

報名方式：一律採E-mail報名，請至活動網站下載報名表

截止日期：2015年11月10日（星期二）

活動網址：http://www.ihp.sinica.edu.tw/~ihpcamp

電子信箱：ihpcamp@asihp.net

聯 絡 人：陳小姐

電話：（02）2782-9555轉286

主辦單位：中央研究院歷史語言研究所

《中央研究院近代史研究所集刊》已出版

本院近代史研究所編印之《中央研究院近代史研究所集刊》第89期已出版，本期共收錄論文4篇：巫仁恕・王大綱〈乾隆朝地方物品消費與收藏的初步研究：以四川省巴縣為例〉、劉增合〈糧臺紛爭與咸同戰時財政：以江南與江北糧臺為中心〉、李培德〈日本仁丹在華的市場策略及其與中國人丹的競爭〉、王超然〈抗戰時期中央控制地方之再思：以蔣中正對楊全宇、吳肇章囤積案的處理為例〉。另收錄書評2篇。

公 布 欄

人文社會科學研究中心所轄調查研究專題中心執行「2015年第二次社會意向調查」電話調查

調查研究專題中心接受本院社會學研究所委託，將於2015年10月22日至23日針對臺灣地區進行「2015年第二次社會意向調查」之預試，並於2015年11月17日至12月4日進行正式訪問。本次調查以電話訪問方式進行。

調查對象：臺灣地區18歲以上一般民眾

訪問內容：了解臺灣地區一般民眾對於社會現狀的看法

洽詢電話：（02）2787-1800 轉1853　蔡先生

參考網址：http://survey.sinica.edu.tw/research/index.php

生命科學圖書館美學空間展覽訊息

展　題：「看見米耳」呂小涵創作個展

展　期：2015年10月5日至23日

地　點：本院生命科學圖書館（美學空間）

聯絡人：潘雅惠，電話：（02）2789-9843

居延漢簡——漢帝國的防衛線

展期：2015年10月21日起

展區：本院歷史文物陳列館居延漢簡區（201室）

王國維稱譽二十世紀初的中國學術界有四大發現，其中之一是漢（西元前206年-西元220年）晉（西元265年-西元420年）遺簡。

民國19年，中國和瑞典學者合組的西北科學考察團在甘肅額濟納河沿線調查漢代的烽燧遺址。該年4月28日，西北科學考察團團員瑞典考古學家貝格曼（Folke Bergman）在額濟納河下游附近的博羅松治（蒙語義為灰墩），編號P9的漢代塢堡中，發現了346枚簡牘，開啟此後沿河遺址一萬餘漢簡出土的先聲。出土較多的地點還有A8破城子、A32金關、A33地灣、A35大灣。由於這一帶屬漢代張掖郡的居延或肩水縣，出土簡牘被統稱為居延漢簡。

漢代邊塞遺留下來的這些簡牘文書，內容十分豐富。它們直接、生動地記錄了大約從西漢中晚期至東漢初，當地軍民在軍事、法律、教育、經濟、信仰以及日常生活各方面活動的情形，為漢代史研究打開了一片新天地。

知識天地

數論淺談：整數解之奧秘

魏福村博士（數學研究所）

在數學的學習過程中，我們最早開始接觸的數字便是整數，但其卻也是數學裡最難掌握的其中之一。數論研究中除了最近很紅的質數分佈問題之外（2013年被張益唐院士打開了一道關鍵大門），另一大類研究便是方程式的整數解問題。整數解的問題敘述常常很簡單，然而目前可以說還沒有一個一統天下的辦法。二十世紀末數學界裡最重要的工作之一便是Andrew Wiles證明了費馬最後定理：

$X^n + Y^n = Z^n$在 $n \geq 3$ 時沒有非零（即X, Y, Z均不為零）的整數解。

這短短一小句話，背後竟藏著非常高深抽象的理論並開啟了二十一世紀許多新的數學領域。但若把這個方程式小改一下，便又可以考倒絕大多數的人了。整數解的問題討論在基礎教育中其實很少，因為實在是太深不見底了。不過也透過整數解問題的這種渾沌美，讓我們可應用在資訊傳輸的安全上（例如密碼與編碼系統）。在這篇文章裡，我們回憶一些熟悉的整數解問題（韓信點兵和畢氏三元數），進而介紹費馬最後定理以及七個「一百萬問題」之一：Birch and Swinnerton-Dyer猜想。希望透過這篇文章能讓讀者對於整數解的研究有所認識。

1 中國剩餘定理與線性方程組

「兵不知數，三三數之剩二，五五數之剩三，七七數之剩二」

— 出自『孫子算經』。

這題相信大家或多或少都曾見過的韓信點兵，用現代的數學符號描述如下：

$N \equiv 2 \bmod 3$，$N \equiv 3 \bmod 5$，$N \equiv 2 \bmod 7$，求 $N \equiv ? \bmod 105$。

心算快的或是很會猜數字的人可很快得知$N \equiv 23 \bmod 105$。但是若是將3, 5, 7改為更為複雜的數字便會大大增加求解之困難度。現在讓我們來回憶一下一般求其通解的過程：

(1) 先解 $\begin{cases} N_1 \equiv 1 \bmod 3,\ N_1 \equiv 0 \bmod 5,\ N_1 \equiv 0 \bmod 7 \\ N_2 \equiv 0 \bmod 3,\ N_2 \equiv 1 \bmod 5,\ N_2 \equiv 0 \bmod 7 \\ N_3 \equiv 0 \bmod 3,\ N_3 \equiv 0 \bmod 5,\ N_3 \equiv 1 \bmod 7 \end{cases}$ ；

(2) 令 $N \equiv 2\cdot N_1 + 3\cdot N_2 + 2\cdot N_3 \bmod 105$ 即為答案。

第一步解出N_1, N_2, N_3的方法主要是透過長除法：利用3和$5 \cdot 7 = 35$互質，透過長除法得到$1 = 3-2 = 3-(35-11 \cdot 3) = 12 \cdot 3-35$，因此

$$N_1 \equiv -35 \bmod 105 \equiv 70 \bmod 105。$$

同理得$N_2 \equiv 21 \bmod 105$ 和 $N_3 \equiv 15 \bmod 105$。從第二步可知

$$N \equiv 2 \cdot 70 + 3 \cdot 21 + 2 \cdot 15 \bmod 105 \equiv 23 \bmod 105。$$

上述過程主要的運算就是透過長除法，因此對於韓信點兵這類同餘問題求通解的方法是非常有效率的（in polynomial time）。

上面這個經典的同餘問題其實也可以看做一個「線性方程組」的整數解問題：

$$N = 2+3x，N = 3+5y，N = 2+7z，\quad N,x,y,z \in \mathbb{Z}$$

對於線性方程組，利用線性代數裡所學的高斯消去法，我們可以很容易地求得「有理數解」（即N, x, y, z為有理數）：

$$x = \frac{N-2}{3}，y = \frac{N-3}{5}，z = \frac{N-2}{7}，N \in \mathbb{Q}。$$

但其整數解透過上面的討論可知相對來說更為複雜。我們再來考慮另一個線性方程組：

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 5y + 7z = 11 \end{cases}$$

可以用矩陣表示成：

(*)
$$\begin{bmatrix}2 & 3 & 0\\ 0 & 5 & 7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\ 11\end{bmatrix}。$$

其有理數解很快地可描述如下：

$$y=\frac{5-2x}{3}，z=\frac{11-5y}{7}=\frac{8+10x}{21}，x\in\mathbb{Q}。$$

當然描述法不止一種。但是若想要把所有的整數解找出來，上面的描述方式就很難看出其通解。因此原本的高斯消去法必須做調整。一樣是透過長除法，對於整係數矩陣我們有所謂的「Smith normal form」。簡而言之，就是只透過整係數並且行列式值為±1的基本矩陣乘在左右使原矩陣變為下面的形式：

$$\begin{bmatrix}d_1 & & \\ & d_2 & \\ & & \ddots\end{bmatrix}，\qquad d_1|d_2|\cdots。$$

像在上面的例子(*)可寫成如下：

$$\begin{bmatrix}1 & 0\\ -5 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 3 & 0\\ 0 & 5 & 7\end{bmatrix}A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}，$$

其中矩陣A為下列基本矩陣相乘：

$$\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -3 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -2\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -6\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}-1 & 6 & -33\\ 1 & -4 & 22\\ 0 & 3 & -16\end{bmatrix}。$$

所以原方程組可改寫成：

$$\begin{bmatrix}1 & 0\\ -5 & 1\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 6 & -33\\ 1 & -4 & 22\\ 0 & 3 & -16\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\ 11\end{bmatrix}，$$

而通解則為：

$$\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 6 & -33\\ 1 & -4 & 22\\ 0 & 3 & -16\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5\\ -14\\ k\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-89-21k\\ 61+14k\\ -42-10k\end{bmatrix}，\quad k\in\mathbb{Z}。$$

透過上面的過程，我們知道線性方程組的整數解問題可用高斯消去法的精神加上長除法的輔助來求解。雖然沒有像在求有理數解時那麼快速，但是跟同餘問題解法一樣也是很有效率的（in polynomial time）。

2 畢氏三元數與Pell方程

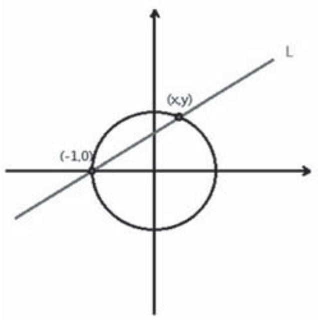
給定一直角三角形，假設兩股長為a,b，斜邊長為c，則畢氏定理（或稱勾股弦定理）告訴我們：

$$a^2+b^2=c^2。$$

當a,b,c均為正整數時，我們稱(a,b,c)為一組畢氏三元數（Pythagorean triples）。找出所有的畢氏三元數即可看成$X^2+Y^2=Z^2$的正整數解問題。其通解為：

$$a=l(m^2-n^2)，b=2lmn，c=l(m^2+n^2)，\quad m,n,l\in\mathbb{N}，m>n。$$

讓我們回憶一下其中一種求法（歐幾里得）：首先帶入可知上述形式的(a,b,c)必為畢氏三元數。另一方面，當給定一組畢氏三元數(a,b,c)時，令x=a/c, y=b/c。則0<x,y<1且(x,y)為單位圓上一點。考慮在平面上通過(x,y)和(-1,0)的直線L（如下圖）：



則L的斜率$r=y/(x+1) \in \mathbb{Q}$且$0<r<1$。將$y=r(x+1)$帶入圓方程式$x^2+y^2=1$得到一個x的二次方程式：

$$(r^2+1)\, x^2+2r^2\, x+(r^2-1)=0。$$

利用公式解可求得

$$x=\frac{1-r^2}{1+r^2} \quad 和 \quad y=\frac{2r}{1+r^2}。$$

將r寫成$r=n/m$，$m>n$，且m和n互質，我們便可以找到一個正整數l使得

$$a= l\,(m^2-n^2)，b=2lmn，c=l\,(m^2+n^2)。$$

上面所述方法也可以幫助我們找出$X^2-DY^2=Z^2$ $(D \in \mathbb{Z})$整數解的一個生成公式：

$$X= l\,(m^2+Dn^2)，Y=2lmn，Z=l\,(m^2-Dn^2)，l,m,n \in \mathbb{Z}。$$

接下來我們考慮一個相關的變形 －「Pell方程」：

$$X^2-DY^2=1，D \in \mathbb{Z}。$$

這問題是為了了解$\sqrt{2}$而衍生的。當$D<0$或D是完全平方數時我們可以很容易得知其Pell方程的整數解只有有限個且可以很清楚的寫下來。然而當$D>0$且不是平方數的時候，如何描述其所有整數解並不是一個容易的問題。假設能找出一組解(a_1, b_1)（當$b_1 \neq 0$時），那便可利用下列遞迴式創造出無限多組解：

$$(a_{n+1},b_{n+1})=(a_n a_1+Db_n b_1,a_n b_1+b_n a_1)，n \in \mathbb{N}。$$

這些解其實是從$(a_n+b_n \sqrt{D})=(a_1+b_1 \sqrt{D})^n$這個等式而來。因為

$$\left(a_1+b_1\sqrt{D}\right)\left(a_1-b_1\sqrt{D}\right)=1，$$

我們可以利用$\left(a_1-b_1\sqrt{D}\right)^n=\left(a_n'+b_n'\sqrt{D}\right)$又得到另一群解$(a_n', b_n')$。如何先找出一組解，這個問題早在12世紀中便已知道。但是對於找出所有整數解的問題卻又過了很久才有解答。對這問題可證明存在一個「基本解」（fundamental solution）(A_1, B_1)使得其他的解均由(A_1, B_1)透過上面所述方法來生成。換句話說，這些解構成一個“無限循環群”（infinite cyclic group），而(A_1, B_1)為其生成元。這個基本解可以透過將$\sqrt{D}$寫成「連分數」來得到，但是已知的演算法並非“polynomial time”。因此當D很複雜時我們暫時還沒有一個有效率的解法。

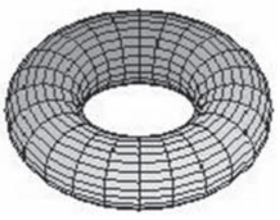
3 費馬最後定理與橢圓曲線

費馬最後定理所考慮的方程式$X^n + Y^n = Z^n$可以看作是尋找畢氏三元數的一種推廣。該定理由費馬（17世紀）所提出，但是費馬並沒有附上證明。這問題一直到20世紀末才由英國數學家Andrew Wiles所解決。然而Wiles的證明運用了許多近代數學才有的工具，因此很多人相信這個定理應該還有其他的證明方式。

近代數論研究的主要方程之一：橢圓曲線，Wiles的證明便是透過了關於橢圓曲線的研究。所謂的橢圓曲線，我們可以用下面這類方程式（Weierstrass方程）來描述：

$$E: Y^2=X^3+aX^2+bX+c， \quad a,b,c \in \mathbb{Z}。$$

這類方程式的特別之處在於其解集合有很漂亮的代數結構。更精確地說，可利用「切線割線法」使其解集合構成一個“交換群”。若考慮其所有複數解，可形成一個像輪胎的黎曼面（如下圖）。



對橢圓曲線基本性質有興趣的讀者可以參考[7]及[8]。

在20世紀中期，Taniyama-Shimura猜想橢圓曲線必具有一個特殊的性質：「模」（modular）。進而在80年代，Frey將費馬最後定理和橢圓曲線牽上關係：假設存在$X^p + Y^p = Z^p$的一組非零整數解(a,b,c)（其中p>2為質數），考慮一個對應於這組解的橢圓曲線：

$$E_{a,b}:\ Y^2=X(X-a^p)(X+b^p)。$$

Frey提出而由Serre及Ribet證明了（利用$a^p+b^p=c^p$這個等式）這個橢圓曲線$E_{a,b}$必不具備「模」的性質。也就是說，若解(a,b,c)存在的話，$E_{a,b}$便成為Taniyama-Shimura猜想的一個反例。Wiles的工作便是說明了某一類（所謂的semi-stable）的橢圓曲線滿足Taniyama–Shimura猜想，而這類型的橢圓曲線包含了$E_{a,b}$。因此透過Wiles最後的臨門一腳（卻也是最艱難的一步）使得費馬最後定理得證。而整個Taniyama–Shimura猜想也在之後由Wiles及其研究團隊完整地證明。讀者若想知道更多的細節，可以參考[1]以及[2]。

橢圓曲線的「模」性質，主要是在描述橢圓曲線以及複數上半平面的一種特殊解析函數－模形式（modular form）－之間的關係。模形式是近代數論研究中非常重要的函數，可以看作「自守型式」（automorphic form）的一種。這類解析函數具有非常多面向的幾何與算術意義。利用其傅立葉係數所造的生成函數－L函數，除了有非常好的解析性質與對稱性之外，其特殊值（special value）闡述了非常深奧的幾何與算術不變量（cf. [9]和[10]）。讀者若對於模形式有興趣，相關的基本介紹可以參考[6]。利用Taniyama–Shimura猜想以及Wiles的工作，近代數學家透過對模形式的了解來幫助在橢圓曲線上的研究，進而希望對於下一節的「一百萬問題」－Birch and Swinnerton-Dyer猜想－有所突破。

4 Birch and Swinnerton-Dyer 猜想

這個近代數論熱門猜想之一，目的是為了了解橢圓曲線上的所有有理數解。當我們把橢圓曲線的方程式齊次化

$$E：Y^2 Z=X^3+aX^2 Z+bXZ^2+cZ^3，$$

問題便轉化為考慮E的整數解問題。上面有提到橢圓曲線特別之處就在於其解集合構成一個交換群，而由Mordell-Weil定理可知整數解的集合所形成的是「有限生成」交換群。有限生成交換群具有和整數相似的代數結構，因此在資訊安全的應用上有所謂的「橢圓曲線加密解密系統」（elliptic curve cryptosystem，請參考[5]）。其好處便在於橢圓曲線上的加減法比整數來說相對複雜不少，因此要被破解也相對困難。建立此系統的前提便是要先能了解橢圓曲線上的所有整數解，而和第二節的Pell方程解集合一樣，問題便成為如何找出解集合的生成元。

每一個有限生成交換群都有一個不變量：秩（rank）。這個不變量（大致上）給了這個群的生成元個數。而Birch and Swinnerton-Dyer猜想第一部分（最原始的猜想）便是希望透過橢圓曲線的L函數L(E,s)來得到秩這個不變量。橢圓曲線的L函數是來自原方程式E在每個質數p的同餘解個數，即對每個質數p考慮下面同餘方程：

$$Y^2 Z=X^3+aX^2 Z+bXZ^2+cZ^3 \mod p。$$

同餘解的個數是有限的，因此某個程度上來說L(E,s)是可以計算的。上一節所提到的Taniyama-Shimura猜想更精確地說法為：每個橢圓曲線的L函數L(E,s)都是來自於一個對應的模形式。因此這類的L函數都是“解析”的且滿足一個非常漂亮的對稱性（連接L(E,s)和L(E,2-s)）。在中心點s=1做泰勒展開式時可將L(E,s)寫成

$$L(E,s) = c_r(s-1)^r + c_{r+1}(s-1)^{r+1} + \cdots, \qquad c_r \neq 0。$$

其中r為一個非負的整數。Birch and Swinnerton-Dyer猜想第一部分（也是最原始的猜想）便是：

r等於E的整數解集合的秩。

從L函數的構造方式，可知r這個數字是可計算的。因此若這個猜想正確，我們便可得到生成元的個數。而Birch and Swinnerton-Dyer猜想的第二個部分為：

係數c_r包含了E的“所有”幾何不變量。

對於找出橢圓曲線整數解的生成元，現在已知的演算法（例如“descent”）其有效性便是建立在Birch and Swinnerton-Dyer猜想這兩個敘述的正確性之上。目前現有的演算法（假設Birch and Swinnerton-Dyer猜想正確）在實際問題上均可找出所有的生成元。然而不止是其有效性都還不知道，這些方法是否有效率也是另一個問題。

透過橢圓曲線的「模」的性質，Gross-Zagier以及Kolyvagin的工作證明了當$r \leq 1$時這整個猜想是正確的。雖然現有理論已知有很大一部分的橢圓曲線其秩均小於等於1，但是現在對於$r \geq 2$的情況並沒有任何進展。因此目前離完整證明Birch and Swinnerton-Dyer猜想還有很長很長的一段路要走。

參考資料

[1] 于靖, *數論三講*, 數學傳播, 十八卷二期。

[2] 李文卿&余文卿, *費馬最後理: A. Wiles的解決方法*, 數學傳播, 十八卷二期。

[3] Barbeau, Edward J. (2003), *Pell's Equation*, Problem Books in Mathematics, Springer-Verlag.

[4] Edwards, Harold M. (1996), *Fermat's Last Theorem: A Genetic Introduction to Algebraic Number Theory*, Graduate Texts in Mathematics 50, Springer-Verlag.

[5] Koblitz, N., (1994) *A Course in Number Theory and Cryptography*, Graduate Texts in Mathematics 114, 2nd edition, Springer-Verlag.

[6] Serre, J.-P., (1973) *A Course in Arithmetic*, Graduate Texts in Mathematics 7, Springer-Verlag.

[7] Silverman, J. H., (2009) *The Arithmetic of Elliptic Curves*, Graduate Texts in Mathematics 106, 2nd edition, Springer-Verlag.

[8] Silverman, J. H. & Tate, J. (2015) *Rational Points on Elliptic Curves*, Undergraduate Texts in Mathematics, 2nd edition, Springer-Verlag.

[9] Wei, F.-T., (2013) *On metaplectic forms over function fields*, Mathmatische Annalen Volume 355 Issue 1 235-258.

[10] Wei, F.-T., (2014) *On Rankin triple product L-functions over function fields: central critical values*, Mathematische Zeitschrift Volume 276 Issue 3-4 925-951.

[11] Wiles, A., (2006) The Birch and Swinnerton-Dyer Conjecture, in *The Millennium prize problems*, American Mathematical Society 31–44.

學術演講

日期	時間	地點	講員	講題	主持人
數理科學組					
10/15(四)	15:30	化學所A108會議室	Prof. Kazuaki Ishihara (Nagoya Univ., Japan)	Rational Design of Supramolecular Acid–Base Catalysts	陳榮傑 副研究員
10/16(五)	15:30	化學所A108會議室	Prof. Raz Jelinek (Ben Gurion Univ., Israel)	Functionalized Carbon Dots for Applications in Biophysics and Materials Science	鄒德里 研究員
10/19(一)	14:00	臺灣大學物理所204室	Dr. Pierre Cox (ALMA Observatory, Chile)	Atacama Large Millimeter/ submillimeter Array (ALMA): Status and Development	謝宏立 助研究員 --------------- 蘇游瑄 助研究員
10/20(二)	14:00	物理所1樓演講廳	余海禮研究員 (物理所)	相對論百年故事	周家復 研究員

生命科學組

10/15(四)	10:00	植微所A134會議室	Dr. Frederic Brunner (Univ. of Tübingen, Germany)	Deciphering the Plant Immune System: PAMP/MAMP Perception Signal Transduction and Manipulation	
10/15(四)	11:00	生化所114室	Prof. Chien-Liang Glenn Lin (The Ohio State Univ., USA)	Small Molecule Activators of Glutamate Transporter EAAT2 for Treatment of Neurodegenerative Diseases	陳宏文 研究員
10/15(四)	16:00	跨領域科技研究大樓1樓演講廳	Prof. Mikko Heino (Univ. of Bergen, Norway)	Exploitation-induced Evolution in Fish	邵廣昭 研究員
10/16(五)	16:00	跨領域科技研究大樓1樓演講廳	牧野渡助理教授 (Tohoku Univ., Japan)	Molecular Identification of Japanese Freshwater Zooplankton and Implications for Biodiversity Conservation	町田龍二 助研究員
10/19(一)	10:30	農生中心A134演講廳	Dr. Michael John Axtell (Pennsylvania State Univ., USA)	Small RNA-producing Genes in Plants: Improved Methods and Novel Discoveries	陳荷明 助研究員
10/19(一)	11:00	細生所1樓演講廳	謝俊結研究員 (化學所)	Bioorthogonal Fluorescence Smart Probes and Their Biological Applications	李宜靜 助研究員
10/19(一)	11:00	生醫所B1B會議室	張志豪博士 (Washington Univ., USA)	Tumor Microenvironment Sugar Fighting: Metabolic Competition Can Determine Cancer Progression	施嘉和 特聘研究員
10/20(二)	10:00	植微所A134會議室	顧曉哲博士 (Univ. of Jyväskylä, Finland)	Lifestyle Switching in Filamentous Fungi	
10/20(二)	11:00	基因體中心1樓演講廳	Dr. Feng Wang (City Univ. of Hong Kong)	Shaping Lanthanide Luminescence in Core-shell Nanoparticles	陳仲瑄 特聘研究員
10/20(二)	11:00	生化所103講堂	Dr. Denis Guttridge (Ohio State Univ., USA)	Mechanisms and Therapy for Muscle Wasting in Cancer Cachexia	陳慶士 特聘研究員
10/22(四)	10:00	植微所A134會議室	王永㮚副教授 (長庚大學)	RNA Virus Replication with Help from Host: Molecular Chaperone - a Virus’s Best Friend	
10/22(四)	11:00	生醫所B1B會議室	魏誌忍博士 (Sanofi US, USA)	Structure-based Design of Influenza Hemagglutinin Immunogens on a Self-assembling Ferritin Nanoparticle	唐　堂 特聘研究員
10/26(一)	11:00	細生所1樓演講廳	陳玲玲博士 (中國科學院)	New long noncoding RNA species: discovery biogenesis and functional implications	郭紘志 副研究員
10/27(二)	15:00	跨領域科技研究大樓1樓演講廳	陳國勤副研究員 (多樣中心)	Biodiversity, Phylogeography and Molecular Phylogeny of Barnacles in the Indo-Pacific Waters	李文雄 特聘研究員
10/28(三)	11:00	基因體中心1樓演講廳	Dr. Jean-Christophe Gelly (Univ. Paris Diderot, France)	New Strategies for Improving Remote Homology Detection	莊樹諄 研究員

10/29(四)	11:00	細生所2樓會議室	Dr. Jenq-Wei Yang (Univ. Mainz, Germany)	Early Network Oscillations in the Developing Barrel Cortex in Vivo	周申如 助研究員
10/29(四)	11:00	生醫所B1B會議室	Dr. Wolfgang Sadee (Ohio State Univ., USA)	Personalized Therapeutics and Genomic Medicine: Combining Molecular Genetics Genomics and Large Data Analytics	嚴仲陽 研究員
人文及社會科學組					
10/15(四)	14:00	政治所會議室B	邱訪義研究員 (政治所)	影響行政部門提案三讀通過之制度性因素：總統、政黨、與官僚	
10/16(五)	14:00	人社中心第1會議室	張志偉先生 (國立中央大學)	Sinan Aral & Dylan Walker : Tie Strength Embeddedness and Social Influence: A Large-Scale Networked Experiment	
10/16(五)	14:00	政治所會議室B	Dr. Mathieu Duchâtel (International Peace Research Inst., Sweden)	How the Protection of National Overseas Is Changing China’s Foreign Policy	
10/16(五)	14:30	經濟所B110會議室	Prof. Ping Yu (The Univ. of Hong Kong)	Testing Rank Preservation in Quantile Treatment Effects Evaluation	廖仁哲 助研究員
10/16(五)	16:00	史語所701會議室	Prof. Andrew Bergerson (Univ. of Missouri-Kansas City, USA)	Gott Love Führer: Inscribing the Volksgemeinschaft in Everyday Life	
10/19(一)	10:00	語言所519會議室	魏培泉研究員 (語言所)	上古漢語副詞「其」、「將」、「且」的功能與來源	
10/19(一)	10:00	民族所第3會議室	司黛蕊副研究員 (民族所)	創意產業的內在衝突： 以台灣與香港的創意公仔為例	劉斐玟 研究員
10/19(一)	10:00	史語所文物陳列館5樓會議室	陳維鈞副研究員 (史語所)	臺南新化籬仔尾東遺址搶救發掘及其與籬仔尾遺址相互關係初探	
10/19(一)	10:00	民族所2320會議室	梁秋虹博士 (社會所)	黃與黑—日本殖民臺灣的兩種歷史人口治理術	李俊豪 合聘助研究員
10/20(二)	14:00	臺史所802室	林文凱副研究員 (臺史所)	民族主義與臺灣原住民：日治與戰後臺灣原住民研究學術史初探	曾文亮 助研究員
10/20(二)	14:00	政治所會議室B	Prof. Miranda Schreurs (Freie Universität Berlin, Germany)	German Climate and Energy Politics	
10/20(二)	14:30	經濟所B110會議室	Prof. Peng-Ju Su (國立臺北大學)	Information Revelation in the Property Right Theory of the Firms	莊委桐 副研究員
10/22(四)	14:30	近史所檔案館1樓中型會議室	游鑑明研究員 (近史所)	一個被遺忘的婦女組織：婦女之家(1956-1998)	陳儀深 副研究員
10/23(五)	14:00	人社中心第1會議室	蘇彥圖助研究員 (法律所)	The Causes of Rising Opinion Dissensus on Taiwan's Constitutional Court	
10/23(五)	14:30	社會所802會議室	呂玉瑕兼任研究員 (社會所)	藍圖或拼圖：研究生涯的機緣、轉承與整合	謝國雄 研究員
10/27(二)	10:00	法律所第2會議室	林建志博士 (法律所)	消散中的憲法共識	
10/28(三)	12:00	民族所第1會議室	陳韋辰先生 (國立政治大學)	遭禁與臺灣一貫道的信仰延續	彭仁郁 助研究員

最新演講訊息請逕於本院網頁：http：//www.sinica.edu.tw/「近期重要演講」項下瀏覽。